**Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών**

**Τμήμα Μαθηματικών**



**ΟΜΑΔΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 2023**

**ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΦΥΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

**Υπεύθυνη καθηγήτρια: κ. Χρυσαυγή Τριανταφύλλου**

***<<Η αλάτωση των υπόγειων υδροφορέων>>***

**ΠΟΛΥΖΟΥ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ: 1112201900173**

**ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ- πατήρ Κύριλλος: 1112201900207**

**Εξάμηνο: Χειμερινό 2023-2024**

**Α) Η αλάτωση των υπόγειων υδροφορέων**

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1**

Μία συσκευή μέτρησης δείχνει ότι την χρονική στιγμή t0 μια κηλίδα στη πεδινή περιοχή του νησίου της Λέσβου με ακτίνα r = 50 cm έχει ρυθμό μεταβολής 20 cm/sec. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού Ε που περικλείεται από το κυκλικό λευκό σχήμα αλατότητας, τη χρονική στιγμή t0.  Η κηλίδα του προβλήματος απεικονίζεται στην εικόνα.

**ΛΥΣΗ:**

Εφόσον Ε=πr2 και η ακτίνα r είναι συνάρτηση του χρόνου t έχουμε το εξής:

Ε(t)=πr2(t) οπότε παραγωγίζοντας: E ΄ (t)= 2πr(t) ∙r ΄ (t)

Συνεπώς, Ε(t0)= 2πr(t0) ∙r ΄ (t0)= 2π∙50∙20= 2000π cm2/sec.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2**

Δεδομένου ότι η αλάτωση των υδάτων ελέγχεται από ένα σύστημα παροχής, αφήνοντας να ρέει ένα υπόγειο ποτάμι, έχουμε αρχική αλάτωση των υδάτων να είναι 100 mg/L και το k=0,05 mg/L/min που καθορίζει τον ρυθμό μεταβολής .Βρείτε την αλάτωση των υδάτων μετά από χρονικό διάστημα 10 λεπτών.

**ΛΥΣΗ:**

Ας υποθέσουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής της αλάτωσης των υδάτων εξαρτάται από τον χρόνο t με την εξής σχέση: a΄(t)= k

Επιπλέον έχουμε το εξής: a(t)= a0+ k∙t όπου για t=10 min έπεται ότι

a(10) = 100+0,05∙10

Άρα a(10)= 100.5 mg/L

Τα παραπάνω δύο μαθηματικά προβλήματα πραγματεύονται το φαινόμενο της αλάτωσης των υδροφορέων, με το πρώτο να αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο γνωστό πρόβλημα του νησιού της Λέσβου και το δεύτερο να είναι μια γενικευμένη παρουσίαση αυτού του φαινομένου. Η σειρά με την οποία εισαγάγαμε τα προβλήματα δεν είναι τυχαία, καθώς με το πρώτο κεντρίζουμε το ενδιαφέρον του μαθητή τόσο για το μαθηματικό αντικείμενο του ρυθμού μεταβολής όσο και για το σημαντικό αυτό περιβαλλοντικό φαινόμενο.

**Β)** Η επιλογή του προβλήματος της αλάτωσης των υπόγειων υδροφορέων έγινε μέσω της διαδικτυακής αναζήτησης των σημαντικότερων περιβαλλοντικών ζητημάτων τόσο παγκοσμίως όσο και συγκεκριμένα στην Ελλάδα. Ειδικότερα, ψάχνοντας σε διαδικτυακές εφημερίδες ένα από τα λιγότερα δημοφιλή ζητήματα ήταν αυτό της ραγδαίας αύξησης των αλάτων τόσο στο πόσιμο νερό όσο και γενικότερα στους υπόγειους υδροφορείς. Οπότε αποφασίσαμε να κατασκευάσουμε εμείς δικά μας προβλήματα χρησιμοποιώντας ρεαλιστικά δεδομένα τα οποία, φυσικά, προσαρμόσαμε σε μαθηματικούς τύπους προκειμένου να φαντάζει οικείο το πρόβλημα στους μαθητές.

Η οργάνωση των παραπάνω προβλημάτων είχε σαν κύριο στόχο την εύρεση συνάρτησης ρυθμού μεταβολής η οποία να είναι μεν εύκολη, αλλά επίσης να περιγράφει αναλυτικά τον τρόπο με τον οποίο πρέπει να υπολογίσουμε την τιμή της σε κάποιο δεδομένο χρονικό διάστημα.

Η σημαντικότερη δυσκολία που συναντήσαμε ήταν η προσαρμογή των κατάλληλων δεδομένων σε μαθηματικούς τύπους όπως για παράδειγμα στο πρώτο πρόβλημα όπου αποφασίσαμε να μελετήσουμε την κάθε μια από τις κηλίδες αλατότητας ξεχωριστά (και σαν πανομοιότυπες) χρησιμοποιώντας τον γεωμετρικό τύπο του εμβαδού τον οποίο εμπνευστήκαμε από μια εφαρμογή του σχολικού βιβλίου των Μαθηματικών της Γ’ Λυκείου.

**Γ)**Η αλάτωση είναι μια σημαντική διεργασία  υποβάθμισης και ερημοποίησης της γης στην Ελλάδα και γενικότερα στη Μεσογειακή Ευρώπη, ειδικά στις αρδευόμενες  πεδινές περιοχές με ατελή στράγγιση όσο και στο εξωτερικό σε περιοχές όπως η Λιβύη. Η υφαλμύρινση μπορεί να θεωρηθεί ως ένας τύπος περιβαλλοντικής ρύπανσης, που οφείλεται σε ανθρώπινες δραστηριότητες ή /και σε υδρογεωλογικούς παράγοντες. Από πολλούς η υφαλμύρινση θεωρείται η σύγχρονη ασθένεια των υπόγειων νερών. Οι βασικοί παράγοντες που ενισχύουν την συγκέντρωση των αλάτων στο έδαφος είναι: η άρδευση με  χαμηλής ποιότητας νερό, (εξαιτίας της υπερ-άντλησης του υπόγειου νερού και την διείσδυση του θαλάσσιου νερού), οι άσχημες συνθήκες στράγγισης, και οι ξηρές κλιματικές συνθήκες που προάγουν το αρνητικό ισοζύγιο νερού. Λόγω των θερμότερων και ξηρότερων κλιματικών συνθηκών κατά τις τελευταίες δεκαετίες, η ξηρότητα και ο κίνδυνος ζημιών στα φυτά λόγω ξηρασίας έχουν αυξηθεί. Συνεπώς, η άρδευση έχει επεκταθεί σε μεγάλες περιοχές για την αύξηση της παραγωγής και την κάλυψη των αναγκών της αγοράς. Σύμφωνα με τις εκτιμήσεις  ειδικών επιστημόνων, περίπου το 15% των αρδευόμενων εδαφών  αντιμετωπίζουν προβλήματα  αλατότητας/αλκαλικότητας. Τα αρδευόμενα εδάφη στην Ελλάδα καλύπτουν έκταση  περίπου 1.364.400 εκτάρια ή 32% των γεωργικών εδαφών. Σε πολλές περιπτώσεις, πεδινά εδάφη, ιδιαίτερα κατά μήκος των ακτών, περιέχουν σημαντικά ποσά  διαλυτών αλάτων που απαιτούν βελτίωση πριν από την καλλιέργεια.

Μερικές από τις συνέπειες συγκέντρωσης  αλάτων στο έδαφος είναι: η ενυδάτωση και η διασπορά των αργιλικών ορυκτών, η συστολή-διαστολή του εδάφους και σχηματισμός ρωγμών,  η αναδιευθέτηση   των αργιλικών ορυκτών,  η μεταβολή χωρικής και χρονικής κατανομή του νερού, η μεταβολή του υδατικού δυναμικού και υγρασίας στο έδαφος. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των αργιλικών  ορυκτών και και των αλατούχων διαλυμάτων προκαλούν  βασικές μεταβολές στην υδατική οικονομία  του εδαφικού νερού, την μεταφορά και μετατροπή μάζας και ενέργειας, και τελικά στην δημιουργία ακραίων  και δυσμενών  οικολογικών συνθηκών για την φυσική βλάστηση και τις γεωργικές καλλιέργειες. Τα προβλήματα της αλάτωσης στην Ελλάδα αναμένεται να γίνουν σοβαρότερα στο μέλλον εάν:

(α) αυξηθούν  οι αρδευόμενες εκτάσεις,

(β) εισαχθούν στην καλλιέργεια  νέες πιο παραγωγικές και περισσότερο  απαιτητικές σε νερό ποικιλίες φυτών, και

(γ) μεταβληθεί περαιτέρω το κλίμα σε θερμότερο και ξηρότερο.

ΑΝΤΙΚΡΟΥΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟΨΕΙΣ:

Η αλάτωση των υπόγειων υδροφορέων είναι ένα ζήτημα που προκαλεί αντικρουόμενες απόψεις και διαφορετικά επιστημονικά επιχειρήματα όπως οι εξής:

1. Ανθρώπινη δραστηριότητα: Ορισμένοι ισχυρίζονται ότι η ανθρώπινη δραστηριότητα όπως η γεωργία με τη χρήση λιπασμάτων και η βιομηχανία είναι τα κύρια αιτία της αλάτωσης των υπόγειων υδροφορέων. Η απόρριψη ρύπων και η άρδευση με υπερβολική ποσότητα νερού μπορεί να οδηγήσουν σε αύξηση της αλάτωσης.
2. Γεωλογικοί Παράγοντες: Άλλοι υποστηρίζουν ότι η φυσική γεωλογική δραστηριότητα είναι η κύρια αιτία για την αλάτωση των υπόγειων υδροφορέων. Υποθέτουν ότι η φυσική κατασκευή των εδαφών και οι χημικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των υλικών συμβάλλουν στο να αυξάνεται η αλάτωση του υδάτινου στρώματος.
3. Φυσικές Κλιματολογικές Συνθήκες: Κάποιοι πιστεύουν ότι η αλάτωση των υπόγειων υδάτων προκαλείται από φυσικές κλιματολογικές συνθήκες όπως η υψηλή εξάτμιση και η χαμηλή ποσότητα βροχής. Αυτές οι συνθήκες μπορούν να οδηγήσουν σε συγκέντρωση των αλάτων.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η αλήθεια βρίσκεται πιθανότατα κάπου ανάμεσα σε αυτές τις απόψεις και η διαπίστωση των ακριβών αιτιών της αλάτωσης είναι πολύπλοκη και απαιτεί περαιτέρω ερευνητική εργασία.

**Δ)**Το συγκεκριμένο πρόβλημα θα δοθεί σε μαθητές Γ’ Λυκείου και αφορά το μάθημα του βιβλίου προσανατολισμού θετικών σπουδών και ειδικότερα το κεφάλαιο του ρυθμού μεταβολής.

Στόχοι του προβλήματος:

•Να κάνουμε τους μαθητές να κατανοήσουν μαθηματικά προβλήματα.

• Να μάθουν να αναπαριστούν τα δεδομένα με μαθηματικό τρόπο. Σε αυτήν την περίπτωση ,ο στόχος είναι να υπολογίσουν σωστά οι μαθητές τις τιμές της δεδομένης συνάρτησης για διάφορα ορίσματα που θα οδηγήσουν στη λύση του προβλήματος).

•Ο γενικός εκπαιδευτικός σκοπός είναι πρακτικός, ώστε οι μαθητές να αντιμετωπίσουν την πραγματική κατάσταση, δηλαδή να λάβουν υπόψη και τη ρεαλιστική σταθερά k του προβλήματος 1. Με άλλα λόγια, οι μαθητές που ασχολούνται με το πρόβλημα θα καταλήξουν στο σημαντικό συμπέρασμα ότι ο ρυθμός μεταβολής της αλάτωσης των υδάτων είναι συγκεκριμένος και μπορεί να υπολογιστεί με βάση τη σταθερά <<k>> που δίνεται στην εκφώνηση του προβλήματος. Αυτό το συμπέρασμα αποτελεί μια σημαντική εφαρμογή της μαθηματικής έννοιας του ρυθμού μεταβολής καθώς δείχνει ότι μπορεί να υπολογιστεί και να εφαρμοστεί σε πρακτικά προβλήματα όπως τα παραπάνω.

•Ο συγκεκριμένος σκοπός του προβλήματος είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων αντίστοιχισης ρεαλιστικών προβλημάτων με μαθηματικές εξισώσεις. Μέσω αυτών των προβλημάτων έρχονται αντιμέτωποι με σοβαρά καθημερινά προβλήματα και λύνοντας τα έρχονται ένα βήμα πιο κοντά τόσο στην μαθηματική ωριμότητα που ευελπιστούν, όσο και στην ευαισθητοποίηση για το περιβάλλον.

•Για λήψη σημαντικών μελλοντικών αποφάσεων προκειμένου να μην καταλήξει το περιβάλλον γύρω τους όπως η πεδινή περιοχή του νησιού της Λέσβου.

**Links:**

<https://esdac.jrc.ec.europa.eu/public_path/shared_folder/projects/DIS4ME/land_uses/salinisation_risk_tool_gr.htm#tool>

<http://ikee.lib.auth.gr/record/124471/files/GRI-2010-5729.pdf>

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:**

Σχολικό βιβλίο Μαθηματικών προσανατολισμού θετικών σπουδών, Γ Λυκείου